

Algoritmos Genéticos (AG's)

1	INTRODUÇÃO	2
2	ALGORITMO GENÉTICO CLÁSSICO	3
3	ALGORITMO GENÉTICO MODIFICADO.....	5
4	EXEMPLOS DE OPERAÇÕES (OPERADORES GENÉTICOS)	7
4.1	CROSSOVER DE 1 OU N PONTOS ENTRE INDIVÍDUOS ALEATÓRIOS (ROULETTE WHEEL)	8
4.2	CROSSOVER DE 1 OU N PONTOS ENTRE INDIVÍDUO ALEATÓRIO (ROULETTE WHEEL) E MELHOR INDIVÍDUO.....	8
4.3	CROSSOVER UNIFORME OU BASEADO EM MÁSCARA ENTRE INDIVÍDUOS ALEATÓRIOS (ROULETTE WHEEL).....	9
4.4	CROSSOVER UNIFORME OU BASEADO EM MÁSCARA ENTRE INDIVÍDUO ALEATÓRIO (ROULETTE WHEEL) E MELHOR INDIVÍDUO	9
4.5	MAIS SOBRE CROSSOVER.....	10
4.6	MUTAÇÃO DE INDIVÍDUOS ALEATÓRIOS (ROULETTE WHEEL), OU DO MELHOR INDIVÍDUO	12
4.7	MAIS SOBRE MUTAÇÃO	13
5	MECANISMOS DE SELEÇÃO.....	16
6	CODIFICAÇÃO	19
7	ABORDAGENS BASEADAS EM POPULAÇÃO	22
8	DEFINIÇÃO DA POPULAÇÃO INICIAL	22
9	DECISÕES CRÍTICAS	23
10	EXERCÍCIOS COMPUTACIONAIS	24
10.1	OTIMIZAÇÃO DE UMA FUNÇÃO SIMPLES	24
10.2	PROBLEMA DO DILEMA DO PRISIONEIRO.....	26
10.3	PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (TRAVELING SALESMAN PROBLEM – TSP)	27
11	TEORIA DOS ESQUEMAS (SCHEMATA THEORY)	30
11.1	DECEPTION PROBLEM	38
12	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	39

1 Introdução

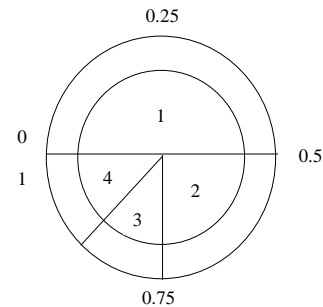
- os algoritmos genéticos (AG's) foram desenvolvidos por HOLLAND (1975; 1992), da Universidade de Michigan.
- metas:
 - abstrair e rigorosamente explicar os processos adaptativos em sistemas naturais
 - desenvolver simulações em computador que retenham os mecanismos originais encontrados em sistemas naturais
- características principais:
 - existência de 2 espaços de trabalho: espaço **genotípico** e espaço **fenotípico**
 - AG's fazem busca sobre uma **população** de pontos e não sobre um único ponto
 - AG's fazem uso de descrições genéricas do que se quer ver presente na solução, através de **funções de fitness** (funções-objetivo)
 - AG's utilizam regras de transição **probabilísticas**, e não regras determinísticas

2 Algoritmo Genético Clássico

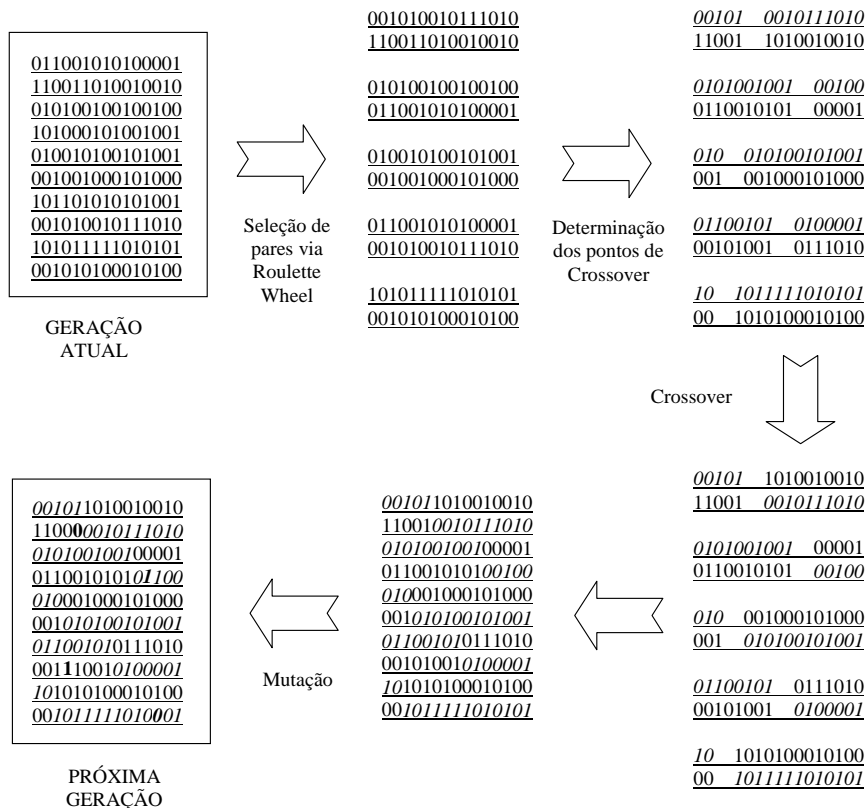
- codificação binária
 - reprodução e seleção natural via algoritmo Roulette Wheel
 - crossover simples (crossover de um ponto)
 - mutação
- **Roulette Wheel** : probabilidade de seleção de um cromossomo é diretamente proporcional a seu valor de *fitness*.

• **Exemplo:**

N	Cromossomo	Fitness	Graus
1	0001100101010	6.0	180
2	0101001010101	3.0	90
3	1011110100101	1.5	45
4	1010010101001	1.5	45



- implementação: gerador de números pseudo-aleatórios com distribuição uniforme



- **problemas com o algoritmo clássico:**

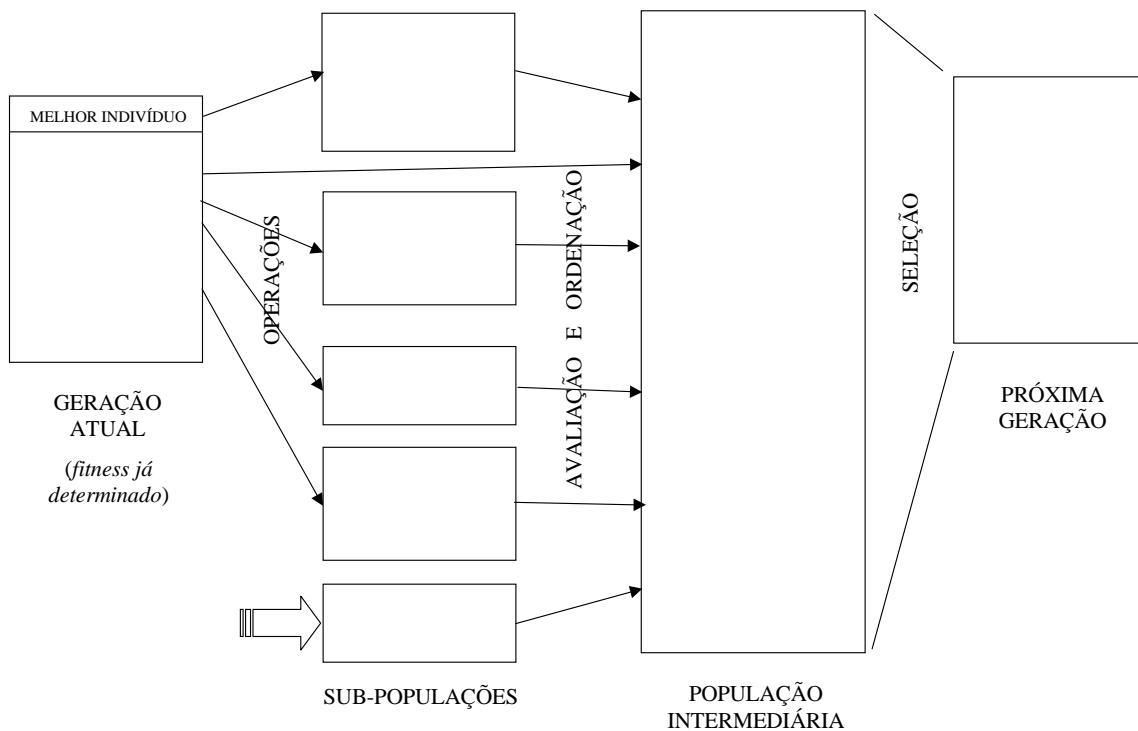
- política de reprodução/seleção permite a perda do melhor indivíduo
- posição dos genes no cromossomo influi na probabilidade de permanecerem no mesmo cromossomo após crossover
- dificuldades na codificação binária de números reais

- **algumas estratégias de solução:**

- mecanismos alternativos de seleção
- crossover uniforme
- codificação em arranjos de números reais

3 Algoritmo Genético Modificado

- geração de sub-populações por meio da aplicação de operadores genéticos e outros operadores sobre membros da geração atual
- avaliação (cálculo do *fitness*) e ordenação da população intermediária
- seleção para nova geração



4 Exemplos de Operações (operadores genéticos)

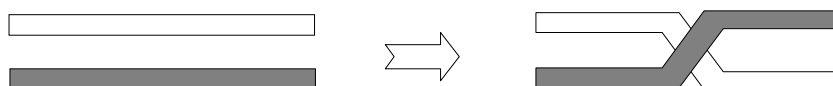
- crossover de 1 ou n pontos entre indivíduos aleatórios (Roulette Wheel), ou então entre indivíduo aleatório (Roulette Wheel) e melhor indivíduo. Neste caso, os segmentos definem as características.
- crossover uniforme (SYSWERDA, 1989) ou baseado em máscara entre indivíduos aleatórios (Roulette Wheel), ou então entre indivíduo aleatório (Roulette Wheel) e melhor indivíduo. Neste caso, os genes definem as características.
- mutação de indivíduos aleatórios (Roulette Wheel), ou do melhor indivíduo, da geração atual:
 - mutação aleatória
 - mutação indutiva (somente para codificação usando números reais)
- outros operadores projetados para realização de buscas locais guiadas (heurísticas dependentes da natureza do problema) → **algoritmos meméticos**

4.1 Crossover de 1 ou n pontos entre indivíduos aleatórios (Roulette Wheel)

- são escolhidos dois indivíduos da geração atual, aleatoriamente ou por meio do Roulette Wheel, determina-se o(s) ponto(s) de corte e efetua-se o crossover
- parâmetros: ponto de corte, método de seleção dos indivíduos

4.2 Crossover de 1 ou n pontos entre indivíduo aleatório (Roulette Wheel) e melhor indivíduo

- é escolhido um indivíduo da geração atual, aleatoriamente ou por meio do Roulette Wheel, seleciona-se o melhor indivíduo da geração atual, determina-se o(s) ponto(s) de corte e efetua-se o crossover
- parâmetros: ponto de corte, método de seleção de um dos indivíduos



Exemplo de crossover de 1 ponto

4.3 Crossover uniforme ou baseado em máscara entre indivíduos aleatórios (Roulette Wheel)

- são escolhidos dois indivíduos da geração atual, aleatoriamente ou por meio do Roulette Wheel, determina-se a percentagem de troca e escolhe-se os genes que vão ser trocados ou então aplica-se a máscara, efetuando o crossover somente dos genes envolvidos
- parâmetros: percentagem de genes a serem trocados ou então máscara, método de seleção dos indivíduos

4.4 Crossover Uniforme ou baseado em máscara entre indivíduo aleatório (Roulette Wheel) e melhor indivíduo

- análogo aos casos anteriores.



Exemplo de crossover uniforme, com taxa de 50%

4.5 Mais sobre crossover

- ESHELMAN *et al.* (1989) relata diversos experimentos com vários operadores de *crossover*. Os resultados indicam que o operador com pior desempenho médio é o *crossover* de um ponto; entretanto, não há nenhum operador de *crossover* que claramente apresente um desempenho superior aos demais.
- uma conclusão a que se pode chegar é que cada operador de *crossover* é particularmente eficiente para uma determinada classe de problemas e extremamente ineficiente para outras.
- os operadores de *crossover* descritos até aqui também podem ser utilizados em cromossomos com codificação em ponto flutuante (valores reais). Entretanto, existem operadores de *crossover* especialmente desenvolvidos para uso com codificação em ponto flutuante. Um exemplo é o chamado *crossover aritmético* (MICHALEWICZ, 1996).

- este operador é definido como uma combinação linear de dois vetores (cromossomos): sejam \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 dois indivíduos selecionados para *crossover*, então os dois filhos resultantes serão $\mathbf{x}'_1 = a\mathbf{x}_1 + (1-a)\mathbf{x}_2$ e $\mathbf{x}'_2 = (1-a)\mathbf{x}_1 + a\mathbf{x}_2$, onde a é um número aleatório pertencente ao intervalo $[0, 1]$. Este operador é particularmente apropriado para problemas de otimização numérica com restrições, onde a região factível é convexa. Isto porque, se \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 pertencem à região factível, combinações convexas de \mathbf{x}_1 e \mathbf{x}_2 serão também factíveis. Assim, garante-se que o *crossover* não gera indivíduos inválidos para o problema em questão.
- outros exemplos de *crossover* especialmente desenvolvidos para utilização em problemas de otimização numérica restritos e codificação em ponto flutuante são o *crossover geométrico* e o *crossover esférico*, descritos em MICHALEWICZ & SCHOENAUER (1996). Veja também BÄCK *et al.* (2000b).

4.6 Mutação de indivíduos aleatórios (Roulette Wheel), ou do melhor indivíduo

- mutação aleatória
 - é escolhido um indivíduo da geração atual, aleatoriamente ou por meio do Roulette Wheel, ou então é tomado o melhor indivíduo da população (aquele que apresenta o maior *fitness*), determina-se a percentagem de genes que vão ser trocados e procede-se a um sorteio de genes na quantidade determinada, ou então emprega-se uma máscara, e para cada gene sorteado define-se aleatoriamente um dentre os alelos disponíveis para troca.
 - parâmetros: percentagem de genes a serem trocados ou então máscara, conjunto de alelos, método de seleção de indivíduos.
- mutação indutiva (somente para codificação usando números reais)
 - Semelhante à mutação aleatória, só que ao invés de sortear um novo valor para o gene, sorteia-se um valor a ser somado ao valor corrente do gene



4.7 Mais sobre mutação

- no caso de problemas com codificação em ponto flutuante, o operador de mutação mais popular é a *mutação gaussiana* (MICHALEWICZ & SCHOENAUER, 1996), que modifica todos os componentes de um cromossomo $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_n]$ na forma:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + N(0, \sigma),$$

onde $N(0, \sigma)$ é um vetor de variáveis aleatórias gaussianas independentes, com média zero e desvio padrão σ .

- um outro operador importante para problemas em que os indivíduos empregam codificação em ponto flutuante é a *mutação uniforme* (MICHALEWICZ, 1996). Este operador seleciona aleatoriamente um componente $k \in \{1, 2, \dots, n\}$ do cromossomo $\mathbf{x} = [x_1 \dots x_k \dots x_n]$ e gera um indivíduo $\mathbf{x}' = [x_1 \dots x'_k \dots x_n]$, onde x'_k é um número aleatório (com distribuição de probabilidade uniforme) amostrado no intervalo $[LB, UB]$ e LB e UB são, respectivamente, os limites inferior e superior da variável x_k .

- outro operador de mutação, especialmente desenvolvido para problemas de otimização com restrição e codificação em ponto flutuante, é a chamada *mutação não-uniforme* (MICHALEWICZ, 1996; MICHALEWICZ & SCHOENAUER, 1996). A mutação não-uniforme é um operador dinâmico, destinado a melhorar a sintonia fina de um elemento simples. Podemos defini-lo da seguinte forma: seja $\mathbf{x}^t = [x_1 \dots x_n]$ um cromossomo e suponha que o elemento x_k foi selecionado para mutação; o cromossomo resultante será $\mathbf{x}^{t+1} = [x_1 \dots x'_k \dots x_n]$, onde

$$x'_k = \begin{cases} x_k + \Delta(t, UB - x_k), & \text{com 50\% de probabilidade} \\ x_k - \Delta(t, x_k - LB), & \text{com 50\% de probabilidade} \end{cases}$$

onde LB e UB são os limites inferiores e superiores da variável x_k . A função $\Delta(t, y)$ retorna um valor no intervalo $[0, y]$ tal que a probabilidade de $\Delta(t, y)$ ser próximo de zero aumenta à medida que t aumenta.

- esta propriedade faz com que este operador inicialmente explore o espaço globalmente (quando t é pequeno) e localmente em gerações avançadas (quando t é grande);
- MICHALEWICZ (1996) propõe a seguinte função:

$$\Delta(t, y) = y \cdot \left(1 - r^{(1-t/T)^b} \right)$$

onde r é um número aleatório no intervalo $[0, 1]$, T é o número máximo de gerações e b é um parâmetro que determina o grau de dependência do número de iterações (valor proposto por MICHALEWICZ (1996): $b = 5$).

- outros exemplos de operadores de mutação para problemas de otimização numérica e com codificação em ponto flutuante podem ser encontrados em MICHALEWICZ & SCHOENAUER (1996) e em BÄCK *et al.* (2000b).

5 Mecanismos de Seleção

- o algoritmo genético clássico utiliza um esquema de seleção de indivíduos para a próxima geração chamado *roulette wheel* (MICHALEWICZ, 1996).
- o *roulette wheel* atribui a cada indivíduo de uma população uma probabilidade de passar para a próxima geração proporcional ao seu *fitness* medido, em relação à somatória do *fitness* de todos os indivíduos da população.
- assim, quanto maior o *fitness* de um indivíduo, maior a probabilidade dele passar para a próxima geração.
- observe que a seleção de indivíduos por *roulette wheel* pode fazer com que o melhor indivíduo da população seja perdido, ou seja, não passe para a próxima geração.
- uma alternativa é escolher como solução o melhor indivíduo encontrado em todas as gerações do algoritmo.

- outra opção é simplesmente manter sempre o melhor indivíduo (ou os $P\%$ melhores indivíduos) da geração atual na geração seguinte, estratégia essa conhecida como *seleção elitista* (FOGEL, 1994; MICHALEWICZ, 1996).
- outro exemplo de mecanismo de seleção é a *seleção baseada em rank* (BÄCK *et al.*, 2000a). Esta estratégia utiliza as posições dos indivíduos quando ordenados de acordo com o *fitness* para determinar a probabilidade de seleção.
- podem ser usados mapeamentos lineares ou não-lineares para determinar a probabilidade de seleção. Para um exemplo de mapeamento não-linear, veja (MICHALEWICZ, 1996). Uma variação deste mecanismo é simplesmente passar os N melhores indivíduos para a próxima geração.
- a seguir, citamos alguns outros possíveis mecanismos de seleção:
 - seleção por diversidade: são selecionados os indivíduos mais diversos da população. Aqui podem ser adotados critérios adicionais relacionados ao *fitness*.

- seleção bi-classista: são selecionados os $P\%$ melhores indivíduos e os $(100 - P)\%$ piores indivíduos.
- seleção aleatória: são selecionados aleatoriamente N indivíduos da população. Podemos subdividir este mecanismo de seleção em:
 - Salvacionista: seleciona-se o melhor indivíduo e os outros aleatoriamente.
 - Não-salvacionista: seleciona-se aleatoriamente todos os indivíduos.
- seleção por torneio: é um dos mais refinados processos de seleção, por permitir ajustar a pressão seletiva. A seleção é feita em função do número de vitórias de cada indivíduo em q competições contra oponentes aleatórios da população, sendo que vence uma competição aquele que apresentar o maior *fitness* (comparado ao de seu oponente). Para propósitos práticos, $q \geq 10$ conduz a uma forte pressão seletiva, enquanto valores de q entre 3 e 5 levam a uma fraca pressão seletiva. Para $q = 1$, temos essencialmente *random walk* e para $q \rightarrow \infty$ temos simplesmente a seleção por ordem de *fitness*, sem nenhuma aleatoriedade.

6 Codificação

- cada indivíduo de uma população representa um candidato em potencial à solução do problema em questão. No algoritmo genético clássico, proposto por HOLLAND (1975; 1992), as soluções candidatas são codificadas em arranjos binários de tamanho fixo.
- a motivação para o uso de codificação binária vem da teoria dos esquemas (*schemata theory*), que será apresentada mais adiante. HOLLAND (1975; 1992) argumenta que seria benéfico para o desempenho do algoritmo maximizar o paralelismo implícito inerente ao algoritmo genético, e prova que um alfabeto binário maximiza o paralelismo implícito.
- entretanto, em diversas aplicações práticas a utilização de codificação binária leva a um desempenho insatisfatório. Em problemas de otimização numérica com parâmetros reais, algoritmos genéticos com representação em ponto flutuante frequentemente apresentam desempenho superior à codificação binária.

- MICHALEWICZ (1996) argumenta que a representação binária apresenta desempenho pobre quando aplicada a problemas numéricos com alta dimensionalidade e onde alta precisão é requerida. Suponha por exemplo, que temos um problema com 100 variáveis com domínio no intervalo $[-500, 500]$ e que precisamos de 6 dígitos de precisão após a casa decimal. Neste caso precisaríamos de um cromossomo de comprimento 3000, e teríamos um espaço de busca de dimensão aproximadamente 10^{1000} . Neste tipo de problema o algoritmo genético clássico apresenta desempenho pobre.
- MICHALEWICZ (1996) apresenta também simulações computacionais comparando o desempenho de algoritmos genéticos com codificação binária e com ponto flutuante, aplicados a um problema de controle. Os resultados apresentados mostram uma clara superioridade da codificação em ponto flutuante.
- a argumentação de MICHALEWICZ (1996) de que o desempenho de um algoritmo genético com codificação binária é pobre quando o espaço de busca é de dimensão

elevada, não é universalmente aceita na literatura referente a algoritmos genéticos. FOGEL (1994) argumenta que o espaço de busca por si só (sem levar em conta a escolha da representação) não determina a eficiência do algoritmo genético.

- espaços de busca de dimensão elevada podem às vezes ser explorados eficientemente, enquanto que espaços de busca de dimensão reduzida podem apresentar dificuldades significativas. FOGEL (1994), entretanto, concorda que a maximização do paralelismo implícito nem sempre produz um desempenho ótimo.
- fica claro, portanto, que a codificação é uma das etapas mais críticas na definição de um algoritmo genético. A definição inadequada da codificação pode levar a superfícies de *fitness* extremamente “acidentadas”.
- em problemas de otimização restrita, a codificação adotada pode fazer com que indivíduos modificados por *crossover*/mutação sejam inválidos.
- nestes casos, cuidados especiais devem ser tomados na definição da codificação e/ou dos operadores (BÄCK *et al.*, 2000b).

7 Abordagens baseadas em população

- **Abordagem Michigan** – a população como um todo é a solução para o problema
- **Abordagem Pittsburgh** – cada elemento da população corresponde a uma solução do problema

8 Definição da População Inicial

- o método mais comum utilizado na criação da população é a inicialização aleatória dos indivíduos. Se algum conhecimento inicial a respeito do problema estiver disponível, pode ser utilizado na inicialização da população.
- por exemplo, se é sabido que a solução final (assumindo codificação binária) vai apresentar mais 0's do que 1's, então esta informação pode ser utilizada, mesmo que não se saiba exatamente a proporção.
- em problemas com restrição, deve-se tomar cuidado para não gerar indivíduos inválidos já na etapa de inicialização.

9 Decisões críticas

- tipo de codificação: binária ou real?
- representar toda ou parte da solução?
- só crossover, só mutação, ou ambos?
- populações de tamanho fixo ou variável ?
- cromossomos de tamanho fixo ou variável?
- cromossomos haplóides ou diplóides?
- qual critério de parada?
- usar controle de diversidade?
- usar busca local?
- usar *niching*?
- usar co-evolução?
- abordagem Michigan ou Pittsburgh?
- algoritmos genéticos ou programação genética?

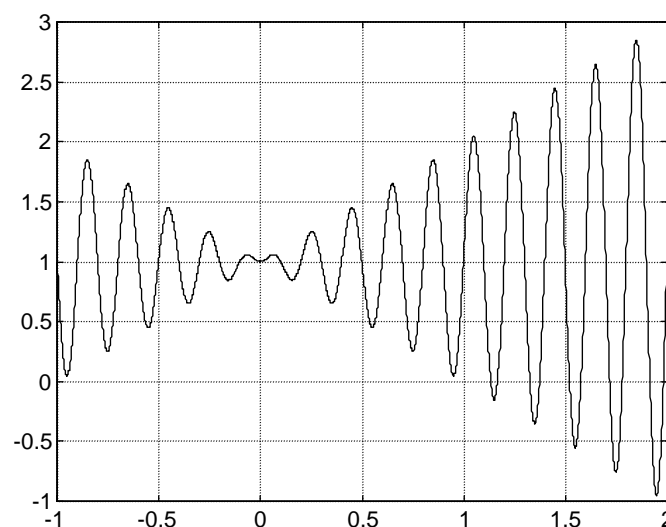
Tópico 6 – Algoritmos Genético (AG's)
Adaptado de notas de aula produzidas pelo Prof. Ricardo Gudwin (DCA/FEEC/Unicamp) e de IYODA (2000)

23

10 Exercícios computacionais

10.1 Otimização de uma Função Simples

$$f(x) = x * \text{sen}(10 \pi * x) + 1, \text{ no intervalo } x \in [-1,2]$$



Tópico 6 – Algoritmos Genético (AG's)
Adaptado de notas de aula produzidas pelo Prof. Ricardo Gudwin (DCA/FEEC/Unicamp) e de IYODA (2000)

24

Soluções:

- $x_i = \frac{2i-1}{20} + \varepsilon_i$, para $i = 1, 2, \dots$
- $x_0 = 0$
- $x_i = \frac{2i+1}{20} - \varepsilon_i$, para $i = -1, -2, \dots$

Codificação: binária (22 bits) – 6 casas decimais

$$v = \langle b_{21} \ b_{20} \ \dots \ b_0 \rangle \quad x' = \sum_{i=0}^{21} b_i \cdot 2^i \quad x = -1 + x' \frac{2 - (-1)}{2^{22} - 1}$$

Exemplo: $v = \langle 1000101110110101000111 \rangle \rightarrow x = 0,637197$, pois

$$x' = 2288967 \quad e \quad x = -1 + 2288967 \cdot \frac{3}{4194303} = 0,637197$$

$$v = \langle 0000000000000000000000 \rangle \rightarrow x = -1$$

$$v = \langle 1111111111111111111111 \rangle \rightarrow x = 2$$

Função de Avaliação: $\text{eval}(v) = f(x)$

Operadores Genéticos: Crossover simples, mutação simples

População Inicial - Aleatória com 50 indivíduos

Parâmetros:

- probabilidade de crossover $p_c = 0,25$ e probabilidade de mutação $p_m = 0,01$

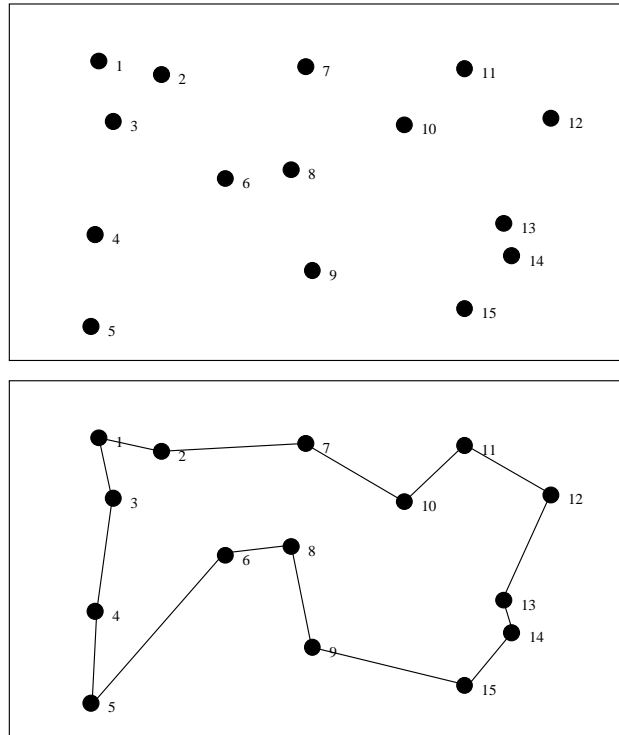
EC3 - Implementar o algoritmo genético padrão para este caso e testá-lo para até 150 gerações.

EC4 - Implementar o algoritmo genético modificado para o mesmo caso, e comparar o desempenho. Arbitrar os parâmetros do algoritmo genético modificado.

10.2 Problema do Dilema do Prisioneiro

EC5 – Implementar o algoritmo genético modificado para o problema do dilema do prisioneiro, testando (a) contra uma população fixa; (b) contra os próprios indivíduos da mesma geração, incluindo o próprio.

10.3 Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem – TSP)



Tópico 6 – Algoritmos Genético (AG's)
Adaptado de notas de aula produzidas pelo Prof. Ricardo Gudwin (DCA/FEEC/Unicamp) e de IYODA (2000)

Codificação - arranjo de números inteiros: $\langle 1,3,4,5,6,8,9,15,14,13,12,11,10,7,2 \rangle$

Função de fitness - soma dos custos de movimentação entre cada par de cidades.

Operadores

- Crossover OX:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	----	----

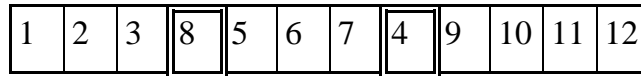
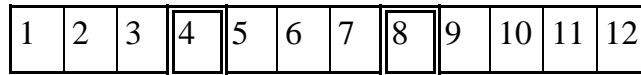
7	3	1	11	4	12	5	2	10	9	6	8
---	---	---	----	---	----	---	---	----	---	---	---

			4	5	6	7					
--	--	--	---	---	---	---	--	--	--	--	--

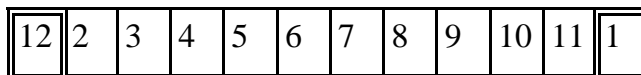
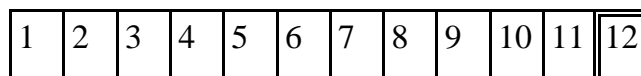
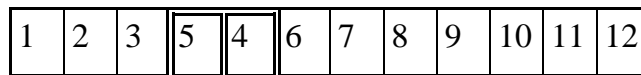
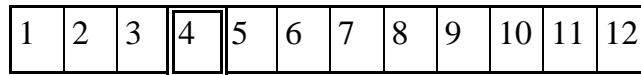
1	11	12	4	5	6	7	2	10	9	8	3
---	----	----	---	---	---	---	---	----	---	---	---

Tópico 6 – Algoritmos Genético (AG's)
Adaptado de notas de aula produzidas pelo Prof. Ricardo Gudwin (DCA/FEEC/Unicamp) e de IYODA (2000)

- **Mutação Inversiva**



- **Variação de Mutação Inversiva**



EC6 – Implementar o algoritmo genético modificado para o problema do caixeiro viajante. A posição das cidades será indicada por meio de um arquivo contendo linhas do seguinte tipo:

N – número de cidades no arquivo

(x,y) – coordenadas da cidade no mapa

O custo de deslocamento entre duas cidades é dado pela distância entre as duas cidades. Os operadores e mecanismos de seleção a serem utilizados podem ser quaisquer.

11 Teoria dos Esquemas (*schemata theory*)

- A teoria dos esquemas foi proposta por HOLLAND (1975; 1992) para tentar explicar por que os algoritmos genéticos funcionam.

- nesta seção, apresentaremos os principais resultados da teoria dos esquemas: o teorema de crescimento dos esquemas e a hipótese dos blocos construtivos.
- um *esquema* é uma representação capaz de descrever diversos cromossomos simultaneamente. Um esquema é construído inserindo um caractere *don't care* (*) no alfabeto dos genes, indicando que aquele gene representa qualquer alelo.
- por exemplo, o esquema [1 * 0 1 0 0 1] representa os cromossomos [1 0 0 1 0 0 1] e [1 1 0 1 0 0 1]. O esquema [1 * 0 * 1 1 0] representa quatro cromossomos: [1 0 0 0 1 1 0], [1 0 0 1 1 1 0], [1 1 0 0 1 1 0] e [1 1 0 1 1 1 0].
- obviamente, o esquema [1 1 1 0 0 1 0] representa apenas um cromossomo, enquanto que o esquema [* * * * *] representa todos os cromossomos de comprimento 7.
- observe que cada esquema representa 2^r cromossomos, onde r é o número de caracteres *don't care* "*" presentes no esquema. Por outro lado, cada cromossomo de comprimento m é representado por 2^m esquemas.

- por exemplo, considere o cromossomo [0 1 0 0 1 0 0]. Este cromossomo é representado pelos seguintes 2^7 esquemas:

[0 1 0 0 1 0 0]
 [* 1 0 0 1 0 0]
 [0 * 0 0 1 0 0]
 ⋮
 [0 1 0 0 1 0 *]
 [* * 0 0 1 0 0]
 [* 1 * 0 1 0 0]
 ⋮
 [0 1 0 0 1 * *]
 [* * * 0 1 0 0]
 ⋮
 [* * * * *]

- considerando cromossomos de comprimento m , há um total de 3^m possíveis esquemas. Numa população de tamanho n , entre 2^m e $n \cdot 2^n$ diferentes esquemas podem ser representados.
- a *ordem* de um esquema S , $o(S)$, é definida como o número de 0's e 1's presentes no esquema, isto é, o número de *posições fixas* (caracteres diferentes de *don't care*) presentes no esquema. A ordem de um esquema define sua especificidade, de modo que quanto maior a ordem, mais específico é o esquema.
- o *comprimento definitório* de um esquema S , denotado por $\delta(S)$, é a maior distância entre posições fixas de um cromossomo. O comprimento definitório define o nível de compactação da informação contida no esquema.
- o *fitness* de um esquema S na geração t , $eval(S, t)$, é definido como a média dos *fitness* de todos os cromossomos na população representados pelo esquema S .
Assuma que há p cromossomos $\{\mathbf{x}_{i_1}^t, \dots, \mathbf{x}_{i_p}^t\}$ representados pelo esquema S_i na geração t . Então:

$$eval(S_i, t) = \frac{1}{p} \sum_{j=1}^p eval(\mathbf{x}_{i_j}^t),$$

onde $eval(\mathbf{x}_{i_j}^t)$ é o *fitness* do indivíduo $\mathbf{x}_{i_j}^t$.

- seja tam_pop o tamanho da população. O *fitness* médio da população na geração t , $\bar{F}(t)$, é dado por

$$\bar{F}(t) = \frac{1}{tam_pop} \sum_{i=1}^{tam_pop} eval(\mathbf{x}_i^t).$$

- sejam p_c e p_m as probabilidades de *crossover* e *mutação*, respectivamente, e m o comprimento dos cromossomos. Seja $\xi(S_i, t)$ o número de cromossomos representados pelo esquema S_i na geração t . Pode-se mostrar que (MICHALEWICZ, 1996):

$$\xi(S_i, t+1) \geq \frac{\xi(S_i, t) eval(S_i, t)}{\bar{F}(t)} \left[1 - p_c \frac{\delta(S_i)}{m-1} - o(S_i) p_m \right]$$

- a equação acima é conhecida como *equação de crescimento reprodutivo do esquema*. Esta equação é deduzida supondo que a função de *fitness* $f(\cdot)$ produz apenas valores positivos. Se a função a ser otimizada produz valores negativos, um mapeamento entre as funções de otimização e de *fitness* é necessário.
- esta equação de crescimento mostra que a seleção aumenta a amostragem de esquemas cujo *fitness* está acima da média da população, e este aumento é exponencial (MICHALEWICZ, 1996).
- a seleção, por si só, não introduz nenhum novo esquema (não representado na geração inicial em $t = 0$). Esta é a razão da introdução do operador de *crossover*: possibilitar a troca de informação estruturada, ainda que aleatória. Além disso, o operador de mutação introduz uma variabilidade maior na população.
- o efeito (destrutivo) combinado destes operadores não é significativo se o esquema é curto e de ordem baixa. O resultado final da equação de crescimento pode ser formulado como segue:

Teorema dos Esquemas: Esquemas com comprimento definitório curto, de ordem baixa, e com *fitness* acima da média, têm um aumento exponencial de sua participação em gerações consecutivas de um algoritmo genético.

Prova: Veja HOLLAND (1975; 1992).

- uma consequência imediata deste teorema é que os algoritmos genéticos tendem a explorar o espaço por meio de esquemas curtos e de baixa ordem que, subsequentemente, são usados para troca de informação durante o *crossover*.

Hipótese dos Blocos Construtivos: Um algoritmo genético busca desempenho quase-ótimo através da justaposição de esquemas curtos, de baixa ordem e alto desempenho, chamados de *blocos construtivos*.

- em uma população de tamanho tam_pop , indivíduos de comprimento m processam pelo menos 2^m e no máximo 2^{tam_pop} esquemas. Alguns deles são processados de forma útil: são amostrados a uma taxa crescente exponencial (desejável); e outros são quebrados por meio de *crossover* e mutação.

- HOLLAND (1975; 1992) mostrou que, em uma população de tamanho tam_pop , pelo menos tam_pop^3 são processados de forma útil. Esta propriedade foi denominada *paralelismo implícito*, pois é obtida sem nenhuma exigência extra de memória e processamento. Entretanto, BERTONI & DORIGO (1993) mostraram que a estimativa tam_pop^3 é válida apenas para o caso particular em que tam_pop é proporcional a 2^l , onde $l = \frac{1}{2}m\epsilon$ e ϵ é a probabilidade de um esquema ser rompido por *crossover*.
- note entretanto que, em alguns problemas, alguns blocos construtivos (esquemas curtos, de ordem baixa) podem direcionar erroneamente o algoritmo, levando-o a convergir a pontos sub-ótimos. Este fenômeno é conhecido como **decepção**. Assim, a hipótese dos blocos construtivos não fornece uma explicação definitiva do porquê os algoritmos genéticos funcionam. Ela é apenas uma indicação do porquê os algoritmos genéticos funcionam para uma certa classe de problemas.

11.1 Deception Problem

- alguns blocos construtivos podem direcionar erroneamente o GA, levando a uma convergência a pontos sub-ótimos:
 - $\langle 1\ 1\ 1\ *\ *\ *\ *\ *\ *\ * \rangle$ – fitness *acima* da média
 - $\langle *\ *\ *\ *\ *\ *\ * \ 1\ 1 \rangle$ – fitness *acima* da média
 - $\langle 1\ 1\ 1\ *\ *\ * \ 1\ 1 \rangle$ – fitness *muito menor* que $\langle 0\ 0\ 0\ * \ * \ * \ * \ * \ 0\ 0 \rangle$
 - solução ótima – $\langle 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1 \rangle$
 - tendência a convergir para pontos como $\langle 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 \rangle$
- algumas alternativas foram propostas para combater o problema da decepção (GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1996). A primeira assume que há algum conhecimento a priori da função-objetivo para que seja possível codificá-la de forma apropriada (que forme blocos construtivos “coesos”).

- a segunda é a utilização de um operador de *inversão*: selecionam-se 2 pontos em um cromossomo e inverte-se a ordem dos bits entre os pontos selecionados (alterando-se a codificação em conjunto com a operação).
- a terceira opção é utilizar algoritmos genéticos *messy*, que diferem do algoritmo genético clássico de várias maneiras: codificação, operadores, presença de cromossomos de tamanho distinto e fases evolutivas.

12 Referências bibliográficas

- BÄCK, T., FOGEL, D.B. & MICHALEWICZ, Z. (eds.) “Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators”, Institute of Physics Publishing, 2000a.
- BÄCK, T., FOGEL, D.B. & MICHALEWICZ, Z. (eds.) “Evolutionary Computation 2: Advanced Algorithms and Operators”, Institute of Physics Publishing, 2000b.
- BERTONI, A. & DORIGO, M. “Implicit Parallelism in Genetic Algorithms”, *Artificial Intelligence*, 61(2): 307-314, 1993.

- ESHELMAN, L. J., CARUANA, R. A. & SCHAFFER, J. D. “Biases in the Crossover Landscape”, in Schaffer, J. (ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, 10-19, 1989.
- FOGEL, D. B. “An Introduction to Simulated Evolutionary Computation”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 5(1): 3-14, 1994.
- GOLDBERG, D. E. “Messy Genetic Algorithms: Motivation, Analysis, and First Results”, *Complex Systems*, 3: 493-530, 1989.
- HOLLAND, J.H. “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, 1975.
- HOLLAND, J.H. “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, 2nd edition, The MIT Press, 1992.
- IYODA, E.M. “Inteligência Computacional no Projeto Automático de Redes Neurais Híbridas e Redes Neurofuzzy Heterogêneas”, *Tese de Mestrado*, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação (Unicamp), 2000.
- MICHALEWICZ, Z. “Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs”, 3rd edition, Springer, 1996.
- MICHALEWICZ, Z. & SCHOENAUER, M. “Evolutionary Algorithms for Constrained Parameter Optimization Problems”, *Evolutionary Computation*, 4(1): 1-32, 1996.
- SYSWERDA, G. “Uniform Crossover in Genetic Algorithms”, in Schaffer, J.D. (ed.), *Proceedings of the Third International Conference on Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann Publishers, pp. 2-9, 1989.